CAPÍTULO 1

Operações com Grandezas e Unidades de Medida

Objetivos

Após um estudo cuidadoso deste capítulo, você poderá ser capaz de:

1. Expressar números muito grandes ou muito pequenos em notação científica [Exercício 1.1].
2. Comparar ordens de grandeza de dois ou mais números [Exercícios 1.2 a 1.4].
3. Efetuar operações algébricas com exponenciais [Exercício 1.5].
4. Obter o logaritmo de um número e um número a partir de seu logaritmo [Exercícios 1.6 e 1.7].
5. Efetuar operações algébricas com logaritmos [Exercício 1.8].
6. Utilizar regras para arredondamento de números [Exercício 1.9].
7. Efetuar operações com algarismos significativos [Exercício 1.10].
8. Efetuar operações de conversão de unidades de medida [Exercícios 1.11 e 1.12].
9. Converter valores de temperatura Celsius em valores de temperaturas termodinâmica e Fahrenheit [Exercício 1.13].
10. Converter valores de temperatura termodinâmica em valores de temperatura Celsius [Exercício 1.14].
11. Converter valores de temperatura Fahrenheit em valores de temperaturas Celsius e termodinâmica [Exercício 1.15].

A realização de cálculos em Química implica, necessariamente, trabalhar com números e grandezas físicas. Assim, neste capítulo serão apresentadas algumas regras para arredondar números e outras para expressar números muito grandes e muito pequenos. Também será apresentada uma breve revisão sobre exponenciais e logaritmos e sobre grandezas e unidades de medida. Em seguida, com uma discussão sobre a conversão de unidades de medida, será apresentado um método de cálculo que se baseia na correta operação com grandezas: o método de análise dimensional. Finalmente, serão apresentadas as relações entre as temperaturas Celsius e termodinâmica e entre as temperaturas Celsius e Fahrenheit.

1.1 Notação científica (Objetivos 1 e 2)

Em Ciência, muitas vezes é necessário usar valores numéricos muito grandes ou muito pequenos. Por exemplo, o raio equatorial médio da Terra (adotado no Sistema Geodésico Mundial) é 6 378 137,0 m, ou a massa de uma bactéria como a *E. coli* é cerca de 0,000 000 000 001 g. Dado o grande número de dígitos envolvidos em cada caso, sua manipulação é trabalhosa; assim, é conveniente expressar esses valores numéricos de modo mais compacto, conhecido como notação científica, na qual um valor numérico é representado por $A \times 10^n$, sendo A um número contendo um único dígito diferente de zero à esquerda da vírgula e n um número inteiro. Desse modo, o raio equatorial médio da Terra pode ser expresso por $6{,}378\ 1370 \times 10^6$ m, e a massa aproximada de uma bactéria como a *E. coli*, por 1×10^{-12} g, isto é, usando valores numéricos que são produtos de dois números: um número inteiro ou decimal e uma potência de dez.

Outros exemplos são:

$5547{,}3$ kg $= 5{,}5473 \times 10^3$ kg
$0{,}001\ 34$ s $= 1{,}34 \times 10^{-3}$ s
$17\ 248$ L $= 1{,}7248 \times 10^4$ L
$0{,}000\ 0125$ mol $= 1{,}25 \times 10^{-5}$ mol

Note que, na notação científica, em A o número à esquerda da vírgula é sempre um único dígito e diferente de zero.

Para expressar um valor numérico em notação científica, usualmente procede-se da seguinte maneira:

1. Ao se alterar o número deslocando a vírgula para a esquerda de sua posição original, introduz-se uma potência de dez de expoente

positivo. Ao se alterar o número deslocando a vírgula para a direita de sua posição original, introduz-se uma potência de dez, negativa.

2. Ao se deslocar a vírgula para a esquerda ou direita, o expoente é numericamente igual ao número de casas decimais deslocadas. Note que um expoente positivo significa um número maior que 1, enquanto um expoente negativo significa um número menor que 1.

Outro aspecto importante da notação científica é permitir a comparação entre as ordens de grandeza de dois valores numéricos. Por exemplo, $1{,}4 \times 10^5$ é três ordens de grandeza maior que $1{,}4 \times 10^2$, e $3{,}7 \times 10^{-5}$ é quatro ordens de grandeza menor que $3{,}7 \times 10^{-1}$. Note que a ordem de grandeza simplesmente varia com a potência de dez e, portanto, a diferença entre as ordens de grandeza de dois valores numéricos corresponde diretamente à diferença entre suas potências de dez.

1.2 Exponenciais e logaritmos (Objetivos 3 a 5)

A notação exponencial pode ser considerada uma forma abreviada de se representar multiplicações repetidas. Por exemplo, 5^4 (cinco elevado à quarta potência) é igual ao produto $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 625$, e 10^3 (dez elevado à terceira potência) é igual ao produto $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$. Nesses exemplos de notação exponencial, os números 5 e 10 são chamados base, e as potências 4 e 3, expoente.

Quando uma multiplicação repetida ocorrer no denominador de uma fração, por exemplo, $2/(5 \times 5 \times 5)$, esta pode ser representada do seguinte modo: $2/5^3 = 2 \times 5^{-3}$. Ou seja, uma exponencial negativa multiplicando um número indica que esse número deve ser dividido pela exponencial positiva.

Quando o expoente for igual ao inverso de um número, por exemplo, $4^{1/2}$, trata-se da raiz, isto é, $4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$. Outro exemplo é $\sqrt[3]{27} = 27^{1/3} = 3$. A Tabela 1.1 contém um resumo das principais propriedades de exponenciais. Consulte-a, se necessário. Note que o expoente não necessariamente é um número inteiro.

Tabela 1.1 Algumas propriedades de exponenciais.

$A^a \times A^b = A^{a+b}$	$A^{1/b} = \sqrt[b]{A}$
$A^a \times B^a = (A \times B)^a$	$A^{a/b} = (A^a)^{1/b} = \sqrt[b]{A^a}$
$A^a/A^b = A^{a-b}$	$A^{-a} = 1/A^a$
$A^a/B^a = (A/B)^a$	$A^{-1/a} = 1/A^{1/a} = 1/\sqrt[a]{A}$
$(A^a)^b = A^{a \times b}$	

A função logaritmo é um modo simplificado de se trabalhar com exponenciais, isto é, números muito grandes ou muito pequenos. A função logaritmo permite que se trabalhe somente com o expoente, pois o logaritmo de um número é o expoente a que um outro valor fixo, conhecido como base, deve ser elevado para resultar neste número. Por exemplo, o logaritmo de 1000 (ou 10^3) na base 10 é simplesmente 3 (diz-se: o logaritmo na base dez de 10^3 é igual a 3), dado que 10 elevado ao cubo é igual a 1000 ($1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$). Assim, se x é o logaritmo na base dez de um número N, qual será este número? Ele nada mais é que 10 elevado a x. Portanto:

$$\log_{10} N = x \Leftrightarrow N = 10^x$$

Além do logaritmo na base dez ou decimal, outro logaritmo bastante usado é aquele na base *e*, conhecido como logaritmo natural ou neperiano (e = 2,718 28…). Comumente, o símbolo log é usado para logaritmos decimais, e o símbolo ln, para logaritmos neperianos. Existe uma relação simples entre esses logaritmos em diferentes bases:

$$\ln x \simeq 2{,}303 \log x$$

A Tabela 1.2 contém um resumo das principais propriedades de logaritmos, que independem da base do logaritmo. Consulte-a, se necessário.

Tabela 1.2 Algumas propriedades de logaritmos.

$\log 1 = 0$	$\log (a/b) = \log a - \log b$
$\log (a \times b) = \log a + \log b$	$\log a^b = b \log a$

1.3 Grandezas físicas e unidades de medida: o Sistema Internacional de Unidades

O conceito de *grandeza* está relacionado às coisas do universo físico. Assim, uma grandeza é um atributo qualquer, mensurável, de uma coisa do universo físico; daí, muitas vezes, utilizar-se a expressão *grandeza física*.

Qualquer medida de uma grandeza consiste sempre numa comparação da magnitude da grandeza com uma usada como *unidade de medida*. Uma unidade de medida de dada grandeza é uma porção padrão, arbitrária dessa grandeza, a qual serve para expressar magnitudes suas ou de outras grandezas do mesmo tipo.

A medida da distância entre dois pontos quaisquer, por exemplo, envolve a comparação deste comprimento com aquele de um corpo usado como unidade de medida (por exemplo, uma barra métrica); quando uma melancia é pesada, determinam-se quantas vezes a sua massa é maior que aquela de outro corpo – determinada unidade de massa, por exemplo, o kilograma.

O valor (magnitude) de uma grandeza é, portanto, igual ao produto de um valor numérico e uma unidade:

grandeza = valor numérico × unidade

Assim, se determinada barra metálica tem massa de 5,100 kilogramas, ela contém massa igual a 5,100 vezes a massa da unidade kilograma:

$m = 5{,}100\ \text{kg}$

Note, portanto, que a magnitude de uma grandeza é, em geral, um número de vezes uma unidade de medida, e não um número puro (exceto o caso de grandezas adimensionais, por exemplo, a fração mássica).

Existe um número enorme de diferentes (e arbitrárias) unidades de medidas, especialmente para as grandezas comprimento, área, volume e massa. Um conjunto amplo de unidades de medida, bem como as regras que as definem e as relacionam, caracteriza-se como um *sistema de unidades*. A seguir, ao se apresentar o Sistema Internacional de Unidades, serão especificadas algumas das principais características de um sistema de unidades.

O Sistema Internacional de Unidades (SI), oficial no Brasil desde 1962, foi adotado pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, realizada em 1960 pelos países-membros da Convenção do Metro. Historicamente, o SI foi definido por meio de *unidades de base* (sete, desde 1971) e *unidades derivadas* obtidas como produtos de potências das unidades de base a partir de equações científicas (por exemplo, da Física ou da Química). Inicialmente as unidades de base eram definidas a partir de propriedades específicas de alguns artefatos (como a massa do protótipo internacional do kilograma ou o comprimento do protótipo internacional do metro), um estado físico específico (como o ponto triplo da água, para definir o kelvin), procedimentos experimentais em condições ideais (como o usado para definir a unidade ampere) ou, ainda, uma propriedade astronômica (como o ano tropical, usado para definir o segundo). Progressivamente, desde o início dos anos 1960, constantes da natureza passaram a ser usadas para estas definições (como o comprimento de onda no vácuo da radiação correspondente à transição entre os níveis $2p_{10}$ e $5d_5$ do átomo de kriptônio-86, para definir o metro, e a frequência da transição hiperfina do estado fundamental não perturbado do átomo de césio-133, para definir o segundo, ou, depois, a velocidade da luz, para definir o metro).

No caso dos artefatos, a definição já implica a realização da unidade, mas eles podem se alterar ou serem danificados. Para as constantes da natureza, a realização da unidade é conceitualmente independente e pode ser refinada em decorrência do avanço da ciência e da tecnologia, sem que se necessite redefinir a unidade. Além disso, esta realização pode ser feita de modo independente em qualquer lugar e a qualquer tempo. Essas vantagens levaram à decisão de se definir todas as unidades a partir de *constantes definidoras*. Assim, em novembro de 2018, a 26ª Conferência Geral de Pesos e Medidas aprovou a adoção de sete constantes definidoras para definir as unidades do SI, atribuindo-lhes valores numéricos exatos (apresentados na Tabela 1.3).

Tabela 1.3 As sete constantes definidoras do SI e as respectivas sete unidades por elas definidas.

Constante definidora	Símbolo	Valor numérico	Unidade*
Frequência da transição hiperfina do césio-133	$\Delta\nu_{Cs}$	9 192 631 770	Hz
Velocidade da luz no vácuo	c	299 792 458	m s^{-1}
Constante de Planck	h	$6{,}626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$	J s
Carga elementar	e	$1{,}602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$	C
Constante de Boltzmann	k	$1{,}380\ 649 \times 10^{-23}$	J K^{-1}
Constante de Avogadro	N_A	$6{,}022\ 140\ 76 \times 10^{23}$	mol^{-1}
Eficácia luminosa	K_{cd}	683	lm W^{-1}

* As unidades hertz, joule, coulomb, lúmen e watt, cujos símbolos são Hz, J, C, lm e W, respectivamente, estão relacionadas às unidades segundo, metro, kilograma, ampere, kelvin, mol e candela, cujos símbolos são, respectivamente, s, m, kg, A, K, mol e cd, por meio das relações Hz = s^{-1}, J = kg m^2 s^{-2}, C = A s, lm = cd m^2 m^{-2} = cd sr, e W = kg m^2 s^{-3}.

Como qualquer unidade do SI pode ser expressa por meio de uma das sete constantes definidoras ou por meio de produtos ou quocientes de constantes definidoras, a distinção entre unidades de base e unidades derivadas passou a ser desnecessária, em princípio. No entanto, decidiu-se manter a concepção de unidades de base e derivadas, dado que isso é prático e historicamente bem estabelecido. As unidades de base do SI estão relacionadas na Tabela 1.4.

Tabela 1.4 Unidades de base do SI, associadas a sete grandezas de base.*

Grandeza de base		Unidade de base	
Nome	**Símbolo usual**	**Nome**	**Símbolo**
Tempo	t	segundo	s
Comprimento	l, x, r etc.	metro	m
Massa	m	kilograma	kg
Corrente elétrica	I, i	ampere	A
Temperatura termodinâmica	T	kelvin	K
Quantidade de matéria[3]	n	mol[4]	mol
Intensidade luminosa	I_V	candela	cd

* O símbolo de uma grandeza geralmente é uma única letra do alfabeto latino ou grego, sempre impresso em fonte itálica, sendo uma recomendação; por exemplo, *m* para massa. Já o símbolo de uma unidade, sempre impresso em fonte vertical (romana), é de uso obrigatório; por exemplo, sempre m para metro ou A para ampere.

Como já mencionado, unidades derivadas são produtos de potências das unidades de base obtidos com base em equações científicas. Em todos os casos em que o fator numérico desse produto é 1, as respectivas unidades derivadas são denominadas de *unidades derivadas coerentes*. O conjunto das unidades de base e unidades derivadas coerentes do SI é designado como *conjunto coerente das unidades do SI*. Neste caso o termo "coerente" indica que os valores numéricos das grandezas derivadas têm exatamente a mesma forma que as equações entre as próprias grandezas.

Algumas das unidades derivadas coerentes do SI receberam nomes especiais. Na Tabela 1.5 estão relacionadas 22 dessas unidades. Juntamente com as sete unidades de base (Tabela 1.4), elas se constituem no cerne do conjunto de unidades do SI. Quaisquer outras unidades do SI necessariamente resultarão de combinações dessas 29 unidades.

3 Na década de 1970, quando o mol foi incorporado como a sétima unidade de base do SI, no Brasil o nome da respectiva grandeza de base foi oficializado como "quantidade de matéria" (Decreto n. 81.621, de 3 de maio de 1978). Em 2012, por ocasião da tradução da 8ª edição da brochura "Sistema Internacional de Unidades: SI", este nome foi alterado para "quantidade de substância" (Portaria n. 590, de 2 de dezembro de 2013), mas em Portugal continuou sendo quantidade de matéria. Após a atualização do SI de 2018, voltou-se a adotar o termo "quantidade de matéria", agora usado tanto no Brasil como em Portugal (Portaria Inmetro n. 228, de 17 de maio de 2021). Note que, no passado, a grandeza quantidade de matéria era referida como "número de moles", expressão obsoleta cujo uso não é recomendado.

4 Note que o nome da unidade da grandeza quantidade de matéria – mol – coincide com seu símbolo – mol. O mesmo não ocorre em Portugal, onde o nome é *mole* (substantivo feminino).

Tabela 1.5 As 22 unidades derivadas coerentes do SI às quais foram dados nomes especiais, com seus símbolos.

Grandeza derivada	Nome especial da unidade	Unidade expressa em unidades de base	Unidade expressa em outras unidades do SI
Ângulo plano	radiano	rad = m/m	
Ângulo sólido	esferorradiano	sr = m^2/m^2	
Frequência	hertz	Hz = s^{-1}	
Força	newton	N = kg m s^{-2}	
Pressão, tensão mecânica	pascal	Pa = kg m^{-1} s^{-2}	
Energia, trabalho, quantidade de calor	joule	J = kg m^2 s^{-2}	N m
Potência, fluxo radiante	watt	W = kg m^2 s^{-3}	J/s
Carga elétrica	coulomb	C = A s	
Diferença de potencial elétrico	volt	V = kg m^2 s^{-3} A^{-1}	W/A
Capacitância	farad	F = kg^{-1} m^{-2} s^4 A^2	C/V
Resistência elétrica	ohm	Ω = kg m^2 s^{-3} A^{-2}	V/A
Condutância elétrica	siemens	S = kg^{-1} m^{-2} s^3 A^2	A/V
Fluxo magnético	weber	Wb = kg m^2 s^{-2} A^{-1}	V s
Densidade de fluxo magnético	tesla	T = kg s^{-2} A^{-1}	Wb/m^2
Indutância	henry	H = kg m^2 s^{-2} A^{-2}	Wb/A
Temperatura Celsius	grau Celsius	°C = K	
Fluxo luminoso	lúmen	lm = cd sr	cd sr
Iluminância	lux	lx = cd sr m^{-2}	lm/m^2
Atividade de um radionuclídeo	becquerel	Bq = s^{-1}	
Dose absorvida, kerma	gray	Gy = m^2 s^{-2}	J/kg
Equivalente de dose	sievert	Sv = m^2 s^{-2}	J/kg
Atividade catalítica	katal	kat = mol s^{-1}	

O SI foi estabelecido de modo que quaisquer medidas possam ser expressas em termos de alguma(s) de suas unidades. Entretanto, em diversos casos, magnitudes muito grandes ou muito pequenas envolveriam números bastante desajeitados. Por exemplo, o raio equatorial médio da Terra teria que ser expresso como 6 378 137,0 m (ou 6,378 1370 × 10^6 m), e a massa de uma bactéria como a *E. coli*, por cerca de 0,000 000 000 001 g (ou 1 × 10^{-12} g).

Para evitar o uso desses números desajeitados e mesmo da notação científica, a Conferência Geral de Pesos e Medidas tem adotado uma série de prefixos SI.

A Tabela 1.6 apresenta a lista completa dos prefixos SI atualmente adotados, os quais englobam múltiplos e submúltiplos decimais na faixa de 10^{30} a 10^{-30} (de nonilião a nonilionésimo). Usando os prefixos correspondentes, o raio equatorial médio da Terra é expresso como 6,378 1370 Mm (megametros), e a massa de uma bactéria como a *E. coli*, por cerca de 1 pg (picograma).[5]

Tabela 1.6 Prefixos SI e respectivos fatores multiplicadores/numerais.

Nome	Símbolo	Fator multiplicador	Numeral
quetta	Q	1000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{30}	nonilião
ronna	R	1000 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{27}	octilião
yotta	Y	1000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{24}	septilião
zetta	Z	1000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}	sextilião
exa	E	1000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	quintilião
peta	P	1000 000 000 000 000 = 10^{15}	quatrilião
tera	T	1000 000 000 000 = 10^{12}	trilião
giga	G	1000 000 000 = 10^{9}	bilião
mega	M	1000 000 = 10^{6}	milhão
kilo	k	1000 = 10^{3}	mil
hecto	h	100 = 10^{2}	cem
deca	da	10 = 10^{1}	dez
		1 = 10^{0}	um
deci	d	0,1 = 10^{-1}	décimo
centi	c	0,01 = 10^{-2}	centésimo
mili	m	0,001 = 10^{-3}	milésimo
micro	µ	0,000 001 = 10^{-6}	milionésimo
nano	n	0,000 000 001 = 10^{-9}	bilionésimo
pico	p	0,000 000 000 001 = 10^{-12}	trilionésimo
femto	f	0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	quatrilionésimo
atto	a	0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	quintilionésimo
zepto	z	0,000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-21}	sextilionésimo
yocto	y	0,000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-24}	septilionésimo
ronto	r	0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-27}	octilionésimo
quecto	q	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-30}	nonilionésimo

5 Informações detalhadas sobre o Sistema Internacional de Unidades podem ser encontradas na brochura (em formato eletrônico) *Sistema Internacional de Unidades* (*SI*), trad. Grupo de Trabalho Luso-Brasileiro do Inmetro e IPQ. Brasília, DF: Inmetro, 2021 (disponível em: www.gov.br/inmetro/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/documentos-tecnicos-em-metrologia). Algumas informações históricas sobre o SI podem ser encontradas no livro *História dos pesos e medidas, 2ª edição ampliada*, de Irineu da Silva. São Carlos: EdUFScar, 2010.

1.4 Algarismos significativos (Objetivos 6 e 7)

A magnitude de uma grandeza é determinada por meio de instrumentos de medida apropriados. Por exemplo, a massa de um objeto é determinada usando uma balança; o comprimento de uma parede, utilizando uma trena etc. Entretanto, existem balanças mais ou menos precisas. Por exemplo, a massa de um anel de ouro seria determinada com muito pouca precisão se fosse medida numa balança típica de supermercados, ao contrário do que ocorreria se uma balança de joalheiro fosse utilizada. Consequentemente, a magnitude de uma grandeza pode ter valores mais ou menos precisos. Esta precisão é refletida diretamente pelo número de casas decimais que o valor da grandeza contém.

Por exemplo, seja o caso em que dois objetos foram pesados em balanças diferentes, obtendo-se as seguintes massas: m_1 = 23,6 g e m_2 = 0,84 g. Isso significa que a balança em que m_1 foi obtida só permite a determinação de valores com precisão até décimo de grama (uma casa após a vírgula), enquanto a outra até centésimo de grama (duas casas após a vírgula). Os dígitos que aparecem no valor de uma grandeza expresso usando notação científica são denominados *algarismos significativos*. Assim, o valor m_1 tem três algarismos significativos ($m_1 = 2{,}36 \times 10$ g) e m_2, somente dois ($m_2 = 8{,}4 \times 10^{-1}$ g).

Cabe ressaltar que os números que aparecem em relações exatas entre unidades de medidas diferentes de uma grandeza ou entre múltiplos de uma unidade (por exemplo, 1 polegada = 2,54 cm ou 1 kg = 1000 g) têm um número infinito de algarismos significativos. Isto é, esses números não determinam o número de algarismos significativos da resposta de um cálculo, como exemplificado na Seção 1.5.

Algarismos significativos são importantes quando se fazem operações com valores de diferentes grandezas medidas com instrumentos de precisões diferentes. Por exemplo, como expressar corretamente a massa total dos objetos 1 e 2 referidos? Bem, em princípio, parece que basta somar as duas massas individuais. Entretanto, deve-se ter cuidado, pois o último algarismo significativo de m_1 está na faixa de décimo de grama, enquanto o de m_2 está na faixa de centésimo de grama (lembre-se de que os valores de m_1 e m_2 foram obtidos com instrumentos diferentes). Como proceder nesse caso (adição, e mais nos casos de subtração, multiplicação e divisão) é o que será mostrado a seguir. Mas, para que isso possa ser feito, antes há necessidade de se conhecerem algumas regras para o arredondamento de números.

a) Arredondamento de números: Muitas vezes, como será visto, a resposta a uma operação aritmética contém mais algarismos do que os significativos (isto é muito comum ao se usarem calculadoras eletrônicas ou planilhas de cálculo em computadores). Nesses casos, as seguintes regras devem ser usadas para arredondar o valor até o número correto de algarismos significativos:

i) Quando o algarismo seguinte ao último número a ser mantido é menor que 5, todos os algarismos indesejáveis devem ser descartados, e o último número é mantido intacto.
Exemplos: ao se arredondar 2,14 para dois algarismos significativos, obtém-se 2,1; ao se arredondar 4,372 para três algarismos significativos, obtém-se 4,37.

ii) Quando o algarismo seguinte ao último número a ser mantido é maior que 5, ou 5 seguido de outros dígitos, o último número é aumentado de 1, e os algarismos indesejáveis são descartados.
Exemplos: ao se arredondar 7,5647 para quatro algarismos significativos, obtém-se 7,565; ao se arredondar 3,5501 para dois algarismos significativos, obtém-se 3,6.

iii) Quando o algarismo seguinte ao último número a ser mantido é um 5 (seco!) ou um 5 seguido somente de zeros, há duas possibilidades:
- se o último algarismo a ser mantido for ímpar, ele é aumentado de 1, e o 5 indesejável (e eventuais zeros) é descartado;
- se o último algarismo a ser mantido for par (zero é considerado par), ele é mantido inalterado, e o 5 indesejável (e eventuais zeros) é descartado.

Note que, nesse caso, o último dígito do número arredondado sempre será par.
Exemplos: ao se arredondar 3,250 para dois algarismos significativos, obtém-se 3,2; ao se arredondar 7,635 para três algarismos significativos, obtém-se 7,64; ao se arredondar 8,105 para três algarismos significativos, obtém-se 8,10.

b) *Algarismos significativos após uma adição ou subtração*: O resultado de uma soma ou de uma subtração deve ser relatado com o mesmo número de casas decimais que o termo com o menor número de casas decimais. Por exemplo, os resultados das seguintes soma e subtração:

$$\begin{array}{rl} & 6{,}3 \\ + & \underline{2{,}14} \\ & 8{,}44 \;=\; 8{,4} \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rl} & 90 \\ - & \underline{2{,}14} \\ & 87{,}86 \;=\; 88 \end{array}$$

devem ser relatados como 8,4 e 88, respectivamente, pois 6,3 tem somente uma casa decimal, e 90, nenhuma.

c) *Algarismos significativos após uma multiplicação ou divisão*: O resultado de uma multiplicação ou de uma divisão deve ser arredondado para o mesmo número de algarismos significativos que o do termo com menor número de algarismos significativos. Por exemplo, os resultados das seguintes multiplicação e divisão:

$6{,}3 \times 2{,}14 = 13{,}482 = 13$

e

$6{,}3 \div 2{,}14 = 2{,}943\,925\ldots = 2{,}9$

devem ser relatados como 13 e 2,9, respectivamente, pois o termo 6,3 tem somente dois algarismos significativos. Note, entretanto, que caso a multiplicação envolva pelo menos um número infinitamente exato, mantém-se simplesmente o número de algarismos significativos após a vírgula; por exemplo, a massa de meia dúzia de laranjas que pesam 65,0 g cada deve ser expressa como 390,0 g, isto é:

$6 \times 65{,}0 \text{ g} = 390{,}0 \text{ g}$

pois esta multiplicação é equivalente a uma adição da massa de meia dúzia de laranjas, ou seja:

$(65{,}0 + 65{,}0 + 65{,}0 + 65{,}0 + 65{,}0 + 65{,}0) \text{ g} = 390{,}0 \text{ g}$

Quando um cálculo envolver mais de uma operação, após a realização de cada operação, pode-se ou não efetuar o arredondamento para o devido número de algarismos significativos. Por exemplo:

$(8{,}728 - 4{,}3)/9{,}27 = 4{,}4/9{,}27 = 0{,}47$

ou

(8,728 – 4,3)/9,27 = 0,942 – 0,46 = 0,48

ou

(8,728 – 4,3)/9,27 = 0,477 669… = 0,48

Neste último caso, note que o arredondamento só foi feito após a realização de todas as operações; o resultado final obtido concorda com o segundo cálculo e difere do primeiro, mostrando que o resultado final depende de como a operação é feita e da realização ou não de arredondamento a cada etapa do cálculo. Assim, para fins de padronização e considerando o uso de calculadoras eletrônicas, nos cálculos deste livro os arredondamentos são feitos somente para o resultado final, a menos quando indicado.

1.5 Operações com grandezas: método de análise dimensional (Objetivo 8)

A representação correta dos valores de grandezas é algo que deve ser incorporado como hábito. Assim, um volume de 5,0 mL de um líquido só pode ser expresso como tal ou ainda como $5{,}0 \times 10^{-3}$ L, porém jamais como 5,0 ou $5{,}0 \times 10^{-3}$. Este cuidado de expressar adequadamente a magnitude de grandezas, além de correto, propicia a utilização do *método de análise dimensional* para as operações com grandezas.

O método de análise dimensional, também conhecido como *Álgebra de Grandezas*, tem duas grandes vantagens:

1. As unidades da grandeza calculada (resultado do cálculo) serão obtidas automaticamente.
2. Se um erro for cometido ao se montarem os termos envolvidos no cálculo (por exemplo, o uso de uma fórmula errada, de um fator de conversão errado ou invertido etc.), ele será facilmente detectável, já que as unidades da resposta não estarão corretas para a grandeza calculada.

O método de análise dimensional caracteriza-se como aquele em que os cálculos são feitos utilizando fatores de conversão. Mas o que são fatores de conversão?

Entender o que é um fator de conversão se torna mais fácil com a resolução do seguinte problema, usual no dia a dia: "Quantos minutos existem em 3,50 horas, sabendo que uma hora contém 60 minutos?".

A resposta para essa questão pode ser encontrada com a resolução de uma simples regra de três, isto é:

$$\begin{cases} 1\,\text{h} & - & 60\ \text{min} \\ 3{,}50\,\text{h} & - & \text{x} \end{cases}$$

quando se obtém:

$$\text{x} = \frac{3{,}50\ \cancel{\text{h}} \times 60\ \text{min}}{1\ \cancel{\text{h}}} = 210\ \text{min}$$

ou

$$\text{x} = 3{,}50\ \cancel{\text{h}} \times \left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \cancel{\text{h}}}\right) = 210\ \text{min}$$

Note que a unidade hora se cancela.

Esse problema configura-se numa simples conversão de unidade para a grandeza tempo, ou seja, conversão da unidade hora na unidade minuto. Na realidade, sabe-se que, por definição:

1 h = 60 min

Essa igualdade matemática (relação entre duas unidades diferentes de uma mesma grandeza) pode ser dividida, em ambos lados, por um outro tempo qualquer, sem deixar de ser uma igualdade. Assim, se for dividida por 1 hora, obtém-se:

$$\left(\frac{1\,\text{h}}{1\,\text{h}}\right) = \left(\frac{60\ \text{min}}{1\,\text{h}}\right)$$

Mas,

$$\left(\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{h}}}\right) = 1$$

Portanto:

$$\left(\frac{60\text{ min}}{1\text{ h}}\right) = 1$$

Isto é, o quociente (60 min/1 h) corresponde à identidade. Entretanto, note que na resolução do problema inicialmente proposto esse quociente multiplica o tempo em horas para obter o tempo em minutos, isto é, o tempo expresso em horas está sendo multiplicado pela identidade e, como consequência, é convertido em tempo expresso em minutos. Daí que a identidade – neste caso o quociente (60 min/1 h) – faz o papel de um *fator de conversão*.

Todo quociente que for uma identidade pode ser utilizado como um fator de conversão. Antes de prosseguir, vejamos o que ocorreria se a igualdade 1 h = 60 min fosse dividida por 60 min em vez de 1 h. Nesse caso seria obtido:

$$\left(\frac{1\text{ h}}{60\text{ min}}\right) = \left(\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{60\ \cancel{\text{min}}}\right) = 1$$

Isto é, (1 h/60 min) também é igual à identidade, o que era de se esperar, pois o inverso da identidade é ela própria. Esta última identidade pode ser usada como fator de conversão para transformar tempo em minutos em tempo em horas. Por exemplo: "A quantas horas correspondem 750 minutos?".

$$t = 750\ \cancel{\text{min}} \times \left(\frac{1\text{ h}}{60\ \cancel{\text{min}}}\right) = 12{,}5\text{ h}$$

Portanto:

$$\left(\frac{1\text{ h}}{60\text{ min}}\right) \text{e} \left(\frac{60\text{ min}}{1\text{ h}}\right)$$

são fatores de conversão, sendo um o recíproco do outro. Do mesmo modo, a partir de qualquer igualdade, sempre se pode obter dois fatores de conversão. Por exemplo, para a igualdade 1 polegada = 2,54 cm, apresentam-se os seguintes fatores de conversão:

$$\left(\frac{1\ \text{polegada}}{2,54\ \text{cm}}\right) \text{e} \left(\frac{2,54\ \text{cm}}{1\ \text{polegada}}\right)$$

Sabendo o que são fatores de conversão e como utilizá-los, cabe agora observar como utilizar diversos fatores de conversão encadeados.

Suponha que um engenheiro queira saber a quantos centímetros correspondem 7,25 polegadas. Para isso ele precisa saber que relação existe entre estas unidades. Esta relação (igualdade) é:

1 polegada = 2,54 cm

Então ele pode usar um dos dois fatores de conversão que são obteníveis dessa igualdade

$$\left(\frac{1\ \text{polegada}}{2,54\ \text{cm}}\right) \text{e} \left(\frac{2,54\ \text{cm}}{1\ \text{polegada}}\right)$$

especificamente aquele que for apropriado à conversão desejada, ou seja, aquele que permite que se cancele a unidade original e se obtenha a unidade desejada:

$$l = 7,25\ \cancel{\text{polegadas}} \times \left(\frac{2,54\ \text{cm}}{1\ \cancel{\text{polegada}}}\right) = 18,4\ \text{cm}$$

Para ilustrar como usar sucessivamente fatores de conversão, suponha que o engenheiro quisesse converter um comprimento de 18,25 pés ao correspondente valor em centímetros. Nesse caso, ele deveria usar fatores de conversão que saem de duas relações entre unidades:

1 pé = 12 polegadas

1 polegada = 2,54 cm

ou seja:

$$l = 18,25\ \cancel{\text{pés}} \times \left(\frac{12\ \cancel{\text{polegadas}}}{1\ \cancel{\text{pé}}}\right) \times \left(\frac{2,54\ \text{cm}}{1\ \cancel{\text{polegada}}}\right) = 556,3\ \text{cm}$$

em que o primeiro fator de conversão permite que se convertam pés em polegadas, e o segundo, polegadas em centímetros. Note que o comprimento expresso em centímetros, 556,3 cm, continua tendo quatro algarismos significativos. Isto porque tanto a relação entre pé e polegada como aquela entre polegada e centímetro são exatas, isto é, obtidas por definição.

Adicionalmente, se o engenheiro quisesse expressar esse comprimento em metros, as etapas de conversão seriam três, pois há um fator de conversão adicional, que sai da seguinte relação entre unidades:

1 m = 100 cm

Na realidade, esta é uma relação entre uma unidade e um submúltiplo seu. Assim,

$$l = 18{,}25\ \cancel{\text{pés}} \times \left(\frac{12\ \cancel{\text{polegadas}}}{1\ \cancel{\text{pé}}}\right) \times \left(\frac{2{,}54\ \cancel{\text{cm}}}{1\ \cancel{\text{polegada}}}\right) \times \left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}\right) = 5{,}563\ \text{m}$$

Pelo que foi visto até agora, depreende-se que fatores de conversão podem ser usados para a simples conversão de unidades de medida de determinada grandeza. Mas eles também podem ser usados para converter uma magnitude de certa grandeza (expressa em determinada unidade) numa magnitude de outra grandeza (expressa em determinada unidade), como será exemplificado no próximo capítulo.

A Tabela 1.7 contém diversas relações entre unidades, para diferentes grandezas. Utilize-a com a Tabela 1.6 – prefixos SI –, quando necessário, para a transformação de uma unidade em outra ou para a transformação de um múltiplo de uma unidade em outro.

Lembre-se, então, de que operações de conversão de unidades de medida em outras (seja de uma mesma grandeza ou de uma para outra), utilizando fatores de conversão, é o que se denomina *Método de Análise Dimensional* ou *Método dos Fatores de Conversão*.

Tabela 1.7 Relações entre unidades de algumas grandezas (dígitos em negrito são exatos).

Grandeza	Relação
Comprimento	1 Å = **1** × 10^{-10} m 1 polegada = **2,54** cm 1 pé = **12** polegadas = **30,48** cm 1 milha = **1609,344** m
Massa	1 onça (avoirdupois) = 28,349 52 g 1 libra (avoirdupois) = 453,592 37 g 1 tonelada = 1 t = **1** × 10^{3} kg
Volume	1 L[6] = **1** × 10^{-3} m^3 1 galão (EUA) = 3,785 412 L 1 barril (EUA) = 158,9873 L = 42 galões
Energia	1 erg = **1** × 10^{-7} J 1 cal[7] = **4,184** J 1 Btu[8] = 1054,350 J 1 kW h = **3,6** × 10^{6} J
Pressão	1 atm = **760** mmHg = **101 325** Pa 1 bar = **1** × 10^{5} Pa 1 Torr = 133,3224 Pa

1.6 Relações entre escalas de temperatura (Objetivos 9 a 11)

Temperatura, em termos simples, é uma medida quantitativa do grau de quentura de um ambiente, substância, objeto etc. Este grau de quentura, a temperatura, é medido por meio de instrumentos denominados termômetros, cujo funcionamento fundamenta-se na *Lei Zero da Termodinâmica*: "Se a quentura de dois objetos não varia quando eles são colocados, individualmente, em contato com um terceiro objeto, então ela também não variará quando eles forem colocados em contato um com o outro".

Em termômetros podem-se utilizar diferentes escalas de temperatura: a Celsius (expressa em graus Celsius, °C), a Fahrenheit (expressa em graus Fahrenheit, °F), a termodinâmica (expressa em kelvins, K) etc. A temperatura Celsius é utilizada no dia a dia em todo o mundo, exceto nos Estados Unidos da América, onde ainda se usa a temperatura Fahrenheit. Já a temperatura termodinâmica é aquela usual em Ciência.

---

6 O símbolo para litro, segundo a Conferência Geral de Pesos e Medidas, pode ser l ou L. Neste livro optou-se por L, pois, nesse caso, não há risco de ele ser confundido com o número 1.

7 Esta é a caloria termoquímica.

8 Btu = unidade térmica britânica (fator de conversão para a Btu termoquímica).

A relação entre temperatura Celsius (t) e temperatura termodinâmica (T)[9] é:

$$T/\mathrm{K} = t/°\mathrm{C} + 273{,}15 \quad (1.1)$$

A relação entre temperatura Celsius (t) e temperatura Fahrenheit (θ) é:

$$t/°\mathrm{C} = (\theta/°\mathrm{F} - 32) / 1{,}8 \quad (1.2)$$

Neste caso, os números 32 e 1,8 são infinitamente exatos, não determinando o número de algarismos significativos em uma transformação do valor de temperatura em uma escala no correspondente valor na outra escala. Por exemplo, para saber a quantos graus Celsius correspondem 96,0 °F, tem-se que:

$$t/°\mathrm{C} = (96{,}0\ °\mathrm{F}/°\mathrm{F} - 32)/1{,}8 = 35{,}6$$

ou

$$t = 35{,}6\ °\mathrm{C}$$

Exercícios

Notação científica

1.1 Expresse o valor das seguintes grandezas usando notação científica:
a) 0,000 35 mol/L;

b) 1435 g;

c) 0,000 0020 m;

d) 100 000 W;

e) 0,000 000 000 015 s;

f) 96 485 C/mol.

9 No passado, a temperatura termodinâmica foi conhecida como "temperatura absoluta", tendo como unidade de medida o "grau kelvin". Esses termos tornaram-se obsoletos, devendo ser substituídos por temperatura termodinâmica e kelvin, respectivamente.

1.2 Entre as grandezas a seguir, identifique aquelas que são da mesma ordem de grandeza: $1,2 \times 10^5$ m; $3,740 \times 10^{-1}$ m; $4,98 \times 10^5$ m; $7,3 \times 10^7$ m; $9,84 \times 10^{-1}$ m; e $9,43 \times 10^7$ m.

1.3 Para os seguintes pares de valores de grandezas, indique quantas ordens de grandeza um valor é maior que o outro:
a) $1,2 \times 10^5$ m e $9,43 \times 10^7$ m;

b) $4,7 \times 10^{-4}$ s e $9,21 \times 10^1$ s;

c) $3,74 \times 10^3$ g e $4,4 \times 10^7$ g;

d) $6,23 \times 10^{-9}$ m e $5,5 \times 10^{-6}$ m.

1.4 Expresse os seguintes valores de grandezas usando notação científica e, após, ordene-os do de menor para o de maior ordem de grandeza: 0,36 s; 3600 s; 0,000 36 s; 360 s.

Exponenciais e logaritmos

1.5 Usando uma calculadora científica, realize as seguintes operações (expresse o resultado final em notação científica):
a) $2,34 \times 10^3 + 4,20 \times 10^3$;

b) $3,47 \times 10^5 - 2,1 \times 10^4$;

c) $(6,24 \times 10^3) \times (1,14 \times 10^2)$;

d) $(7,26 \times 10^{-5})/(3,54 \times 10^{-2})$;

e) $(4,90 \times 10^7)^{1/2}$;

f) $\sqrt[3]{2,0^{12}}$.

1.6 Encontre os logaritmos decimal e neperiano dos seguintes números:
a) $10^{5,00}$;

b) $10^{-3,00}$;

c) $2,0 \times 10^2$;

d) 4,25;

e) $10^{2,50}$;

f) $10^{-7,45}$.

1.7 Encontre os números aos quais correspondem os seguintes valores de logaritmos decimais (expresse os resultados em notação científica):

a) 3,00;

b) –5,00;

c) 3,30;

d) 1,66;

e) –12,7.

1.8 Efetue as seguintes operações (expresse o resultado final em notação científica):

a) log (2,00 × 3,00);

b) log 5,00 + log 10,0;

c) log (2,00/3,00);

d) log 5,00 – log 10,0;

e) log $2{,}00^3$;

f) 5,00 log 10,0.

Algarismos significativos

1.9 Efetue o arredondamento dos seguintes números para três algarismos significativos:

a) 11,86;

b) 3,3550;

c) 4,974;

d) 6,2453;

e) 4,3450.

1.10 Efetue, considerando as regras para a operação com algarismos significativos, os seguintes cálculos:

a) 26,3 + 0,84;

b) 18,373 – 3,46;

c) 8,54 × 6,0;

d) 14,7/9,2;

e) 4,98/(3,7 + 11,34).

Operações com grandezas: método de análise dimensional

1.11 Converta os seguintes valores de comprimento para a unidade metro e, posteriormente, para a unidade centímetro:
a) 3,4 Å;

b) 25,1 polegadas;

c) 144 pés.

1.12 Converta os seguintes valores de grandezas para a unidade indicada:
a) 250 libras para kilogramas;

b) 2500 kg para toneladas;

c) 23,5 galões para litros;

d) 80,5 cal para joules;

e) 2,50 bar para milímetros de mercúrio.

Relações entre escalas de temperatura

1.13 Converta os seguintes valores de temperatura Celsius em valores de temperaturas termodinâmica e Fahrenheit:
a) 20,0 °C;

b) 1500 °C;

c) −175 °C.

1.14 Converta os seguintes valores de temperatura termodinâmica em valores de temperatura Celsius:
a) 20,0 K;

b) 1500 K;

c) 270 K.

1.15 Converta os seguintes valores de temperatura Fahrenheit em valores de temperaturas Celsius e termodinâmica:
a) 65,0 °F;

b) 600 °F;

c) −35,0 °F.