

Sumário

Apresentação	9
1 Introdução à modelagem matemática ambiental	13
1.1 A Modelagem Matemática Ambiental	14
1.2 Descrição de modelos matemáticos	17
1.3 Classificação de modelos matemáticos	21
1.4 Passivos ambientais	24
1.5 Mapas conceituais	30
1.6 Problemas propostos 1	32
2 Fundamentos matemáticos para problemas ambientais	35
2.1 Introdução	36
2.2 Sequências em problemas ambientais	36
2.3 Equações e funções em problemas ambientais	40
2.3.1 Conceito de convexidade	41
2.3.2 Equações diofantinas: soluções inteiras	42
2.3.3 Taxas de variação	44
2.4 Interpolação polinomial	48
2.5 Polinômio interpolador de Lagrange	49
2.5.1 Erro cometido	52
2.6 Método dos mínimos quadrados	54
2.6.1 Ajuste de dados por uma reta: linear	55
2.7 Ajustes não lineares	59
2.7.1 Ajuste exponencial	59

2.7.2	Ajuste geométrico	67
2.7.3	Ajuste hiperbólico	70
2.7.4	Ajuste Michaelis-Menten	74
2.7.5	Ajuste logístico	75
2.7.6	Ajuste trigonométrico	79
2.8	Problemas propostos 2	87
3	Modelos ambientais com equações discretas	93
3.1	Introdução	94
3.2	Modelo de poluição de uma represa	96
3.3	Simulação de poluição numa represa	97
3.4	Equações discretas	102
3.5	Métodos de resolução de equações discretas	105
3.6	Crescimento populacional geométrico	113
3.7	Equações discretas não autônomas	117
3.8	Equações com coeficientes constantes	118
3.9	Equações discretas não homogêneas	127
3.10	Equações de diferenças	131
3.11	Modelo de poluição de rios	132
3.12	Poluição num compartimento do rio	133
3.13	Emissão periódica de poluentes	134
3.14	Crescimento logístico discreto	135
3.15	Sistemas de equações discretas	141
3.16	Modelos matriciais discretos	143
3.17	Adimensionalização	147
3.18	Problemas propostos 3	150
4	Modelos ambientais com equações diferenciais ordinárias	159
4.1	Modelos matemáticos com equações diferenciais ordinárias (EDO)	160
4.2	Equação de balanço	161
4.3	Modelos de crescimento populacional	161
4.3.1	Lei de Malthus: crescimento livre de uma população	162
4.3.2	Crescimento logístico de uma população	166
4.3.3	Taxa de crescimento intrínseca de uma população	170
4.3.4	Modelos de dinâmica populacional mais gerais	172
4.3.5	Modelo com limiar	172
4.3.6	Modelo de Gompertz	173

4.3.7	Modelo de Goel, Maitra e Montroll	175
4.3.8	Mais generalizações da equação logística	176
4.4	Evolução de recursos naturais	177
4.4.1	Recursos naturais com exploração	178
4.5	Aspectos gerais da poluição numa represa	181
4.5.1	Poluição numa represa: um problema de valor inicial	182
4.5.2	Poluição continuada numa represa	185
4.5.3	Poluição contínua e decrescente	189
4.5.4	Poluição oscilatória	192
4.6	Adimensionalização de um Problema de Valor Inicial (PVI)	194
4.7	Outros modelos	196
4.7.1	Modelo de Bertalanffy	196
4.7.2	Modelos de reações químicas de primeira ordem	197
4.7.3	Modelos de reações químicas de segunda ordem	199
4.7.4	Modelo de misturas de substâncias	200
4.7.5	Modelo de Michaelis-Menten	201
4.7.6	Modelo de Newton para difusão do calor	202
4.8	Modelos de evolução de um ecossistema	203
4.9	Métodos numéricos para um PVI	212
4.9.1	Método baseado nas Séries de Taylor	212
4.9.2	Método de Euler	214
4.10	Problemas propostos 4	218
5	Modelos ambientais com equações diferenciais parciais	227
5.1	Introdução	228
5.2	Equações da termodinâmica dos meios contínuos	228
5.3	Lei de balanço de massa	232
5.4	Poluição de um rio por bactérias	233
5.5	Lei de balanço de momento linear	237
5.6	Lei de balanço de momento angular	238
5.7	Lei de balanço de energia	239
5.8	Modelos matriciais contínuos	240
5.9	Difusão a partir da equação da energia	243
5.10	Equação da difusão de poluentes	245
5.11	Classificação de equações diferenciais parciais (EDPs)	249
5.12	Problema de difusão unidimensional	253
5.13	Adimensionalização de EDPs	260

5.14 Um modelo de poluição do ar	263
5.15 Solução numérica de EDPs	265
5.16 Problemas propostos 5	271
6 Modelos ambientais com otimização linear	275
6.1 Introdução	276
6.2 Modelo de um problema de otimização linear	277
6.3 Otimização em problemas ambientais	280
6.3.1 Modelo para o transporte de lixo contaminado	280
6.3.2 Modelo para a composição de areias para filtro	282
6.4 Solução gráfica de um POL	284
6.5 Sistemas de equações lineares	287
6.6 Teoria básica de otimização linear	290
6.7 Método Simplex	292
6.8 Casos especiais	299
6.9 Fase I e fase II do Método Simplex	307
6.10 Problemas propostos 6	313
7 Ferramentas Computacionais	317
7.1 Sobre ferramentas computacionais	318
7.2 Notações computacionais básicas	318
7.3 Cálculos aritméticos e funções	319
7.4 Sequências, interpolação, ajuste e gráficos	321
7.5 Operações matriciais e sistema lineares	327
7.6 Solução de equações discretas	328
7.7 Resolução de equações diferenciais ordinárias	330
7.8 Resolução de Equações diferenciais parciais	332
7.9 Resolução de um POL	334
Referências	339
Índice remissivo	343